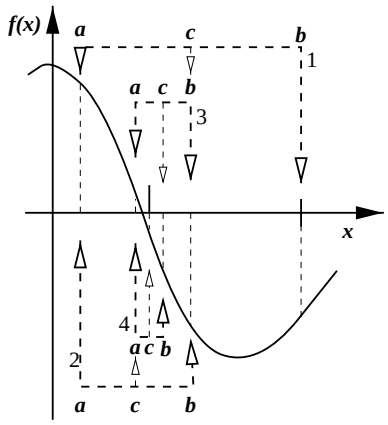

図 1: 2 分法の原理

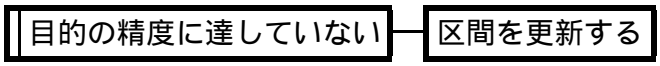

図 2: 2 分法のアルゴリズムの大略

1　2 分法の原理

ある区間 (a, b) で連続な関数 $f(x)$ があるとき、方程式 $f(x) = 0$ の近似解を数値的に求めることを考える。 $f(a)$ と $f(b)$ が異符号のときは解はこの区間に少なくとも一つあることが保証される。ここで a と b の中点 c における関数値 $f(c)$ の符号を調べる。 $f(a)$ と $f(c)$ が異符号なら、解は区間 (a, c) に存在することになる。逆に $f(b)$ と $f(c)$ が異符号なら、解は区間 (c, b) に存在することになる。この新たな解の存在区間を新たに (a, b) として、この操作を繰り返すと、区間の幅 $b - a$ は、徐々に小さくなり、ある小さな正の数 ϵ より小さくなったところで打ち切ると、この最後の区間の中点 c が $\frac{\epsilon}{2}$ の誤差で、近似解として求まる。この過程を図 1に示す。

2　2 分法のアルゴリズム

アルゴリズムの中心部分の大略は図 2に示すようになる。 ここから詳細にアルゴリズムを決定して行く。目的の精度に達したかどうかは、区間の幅 $b - a$ と ϵ の比較により判断できるので、繰り返しを継続する条件式は、 (A) となる。

ここで区間の更新のアルゴリズムは、図 3 のようになる。 さらに詳細にアルゴリ

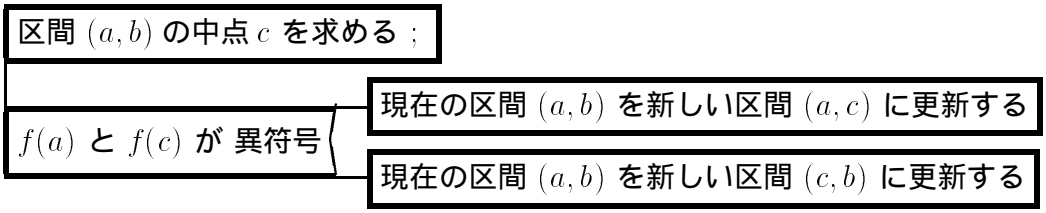

図 3: 2 分法の区間更新

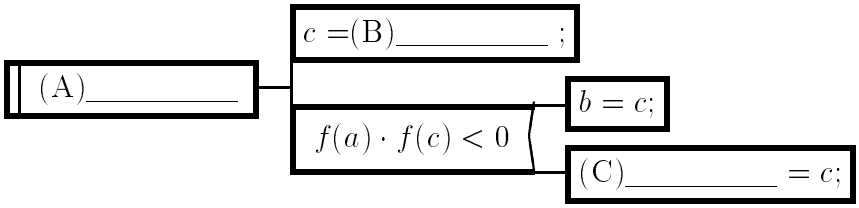

図 4: 2 分法のアルゴリズム

ズムを決定する。ここで、中点 c は次の式で計算できる。

$$c \quad = \quad \boxed{(\mathrm{B})\qquad\qquad} \tag{1}$$

異符号かどうかの判断は、積が負であるかどうかで判断できる。現在の区間 (a,b) を新しい区間 (a,c) に更新するには、 c を b に代入すればよい。同様に区間 (a,b) を新しい区間 (c,b) に更新するには、 c を $\boxed{(\mathrm{C})\qquad\qquad}$ に代入すればよい。最終的なアルゴリズムは、図 4のようになった。 各宣言とデータの入力と入力値の妥当性を確認する部分と、最終結果を表示する部分を付加したプログラムは、図 5のようになる。ここで 関数 $f(x) = \cos x$ とし、また、 ϵ に対応する変数を eps とした。
注意: この $\cos$ 関数の角度単位は、ラジアン (radian) である。

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

main()
{
    double eps ;
    double a, b ;
    double c ;

    printf("input a ¥n");
    scanf("%lf", &a );

    printf("input b ¥n");
    scanf("%lf", &b );

    if( b<=a || cos(a)*cos(b)>0.0 ){
        fprintf( stderr, "illegal interval %g %g¥n", a, b );
        exit(1);
    }

    printf("input epsilon ¥n");
    scanf("%lf", &eps );

    if( eps<=0 ){
        fprintf( stderr, "illegal accuracy %g¥n", eps );
        exit(1);
    }

    while( (A)_________  )
    {
        c = (B)_________ ;
        if( cos(a) * cos(c) <0 ) {
            b = c;
        } else {
            (C)________ = c;
      }
   }

   c=( a + b )/2.0 ;
   printf( "%g (f(c)=%g)¥n", c , cos( c ) );
}
```

図 5: 2 分法の C プログラム